ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ

Τα καλύτερα Φροντιστήρια της πόλης

Θέμα Α

Α1. Σχολικό σελίδα 16

Α2.

α. Λ

β. Σ

γ. Λ

Α3.

α. $f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$

β. $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

γ. $-\eta\mu x$

Α4. Σχολικό σελίδα 28-29

Θέμα Β

Β1.

x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
0	20	40	20	40
1	15	30	35	70
2	10	20	45	90
3	5	10	50	100
Συν.	50	100	–	–

$$f_3\% = \frac{v_3}{v} \cdot 100$$

$$v = \frac{v_3 \cdot 100}{f_3\%} = \frac{10 \cdot 100}{20} = 50$$

$$v_1 = f_1\% \cdot v = \frac{40}{100} \cdot 50 = 20$$

$$v_2 = f_2\% \cdot v = \frac{30}{100} \cdot 50 = 15$$

$$v_4 = f_4\% \cdot v = \frac{10}{100} \cdot 50 = 5$$

$N_1 = v_1 = 20$

$N_2 = v_1 + v_2 = 35$

$N_3 = v_1 + v_2 + v_3 = 45$

$N_4 = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 50$

Β2. Το ποσοστό των μαθητών που έχουν διαβάσει τρία βιβλία είναι $f_4\% = 10\%$.

Β3. Οι μαθητές που διάβασαν τουλάχιστον ένα βιβλίο είναι $v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 5 = 30$.

Β4. Το ποσοστό των μαθητών που διάβασαν το πολύ δύο βιβλία είναι $f_1\% + f_2\% + f_3\% = 40 + 30 + 20 = 90\%$

ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ

Τα καλύτερα Φροντιστήρια της πόλης

Θέμα Γ

Γ1. $f(x) = x^3 - \lambda x^2 + 2$

Το $A(-1,-2)$ σημείο της γραφικής παράστασης της f.

Επομένως $f(-1) = -2 \Rightarrow (-1)^3 - \lambda(-1)^2 + 2 = -2$

$\Rightarrow -1 - \lambda + 2 = -2 \Rightarrow -\lambda = -2 + 1 - 2 \Rightarrow -\lambda = -3$

$\Rightarrow \lambda = 3$

Επομένως $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

Γ2. $f'(x) = (x^3 - 3x^2 + 2)' \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x \Rightarrow f'(x) = 3x(x-2)$

$f''(x) = (f'(x))' \Rightarrow f''(x) = (3x^2 - 6x)' \Rightarrow f''(x) = 6x - 6$

$\Rightarrow f''(x) = 6(x-1)$

Γ3. $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x(x-2) = 0$

Πρέπει $3x = 0 \Rightarrow x = 0$ ή $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$3x$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

$\cdot\ 3x > 0 \Rightarrow x > 0$

$\cdot\ x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$

Επομένως η $f(x)$ γνησίως αύξουσα για $x \in (-\infty, 0], [2, +\infty)$

και γνησίως φθίνουσα για $x \in [0, 2]$

Άρα έχουμε τ. μέγιστο στο $x_1 = 0$, $f(x_1) = f(0) = 0^3 - 3 \cdot 0^2 + 2 \Rightarrow \underline{f(0) = 2}$

και τ. ελάχιστο στο $x_2 = 2$, $f(x_2) = f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 2 = 8 - 12 + 2$

$$\Rightarrow \underline{f(2) = -2}$$

Γ4. $$\lim_{x \to 1} \frac{3x^2 - 6x + 3}{6(x-1)} = \lim_{x \to 1} \frac{3(x^2 - 2x + 1)}{6(x-1)} = \lim_{x \to 1} \frac{3(x-1)^{\cancel{2}}}{6\cancel{(x-1)}}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x-1}{2} = \frac{1-1}{2} = 0$$

Θέμα Δ

Δ1. $f'(x) = 20(x^2+4x+5)^{19} \cdot (x^2+4x+5)'$

$f'(x) = 20(x^2+4x+5)^{19} \cdot (2x+4)$

$f'(x) = 20(x^2+4x+5)^{19} \cdot 2(x+2)$

$f'(x) = 40(x^2+4x+5)^{19} \cdot (x+2)$

Δ2. Παρατηρώ ότι

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = f'(-2)$$

$f'(-2) = 40\left[(-2)^2 + 4(-2) + 5\right]^{19} \cdot (-2+2)$

$f'(-2) = 40(4-8+5)^{19} \cdot 0$

$f'(-2) = 0$

Δ3. Πρέπει $f'(x) = 0$

$40(x^2+4x+5)^{19} \cdot (x+2) = 0$

$x^2+4x+5 = 0 \qquad x+2 = 0$

$x = -2$

Δ3 συνέχεια

$\Delta = 16 - 4 \cdot 5 = 16 - 20 = -4$

Αδύνατη.

Άρα $x = -2$

$f(-2) = [(-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 5]^{20}$

$f(-2) = (4 - 8 + 5)^{20}$

$f(-2) = 1^{20} = 1$

Εφαπτομένη:

$y = f'(-2)(x+2) + f(-2)$

$y = 0 \cdot (x+2) + 1$

$y = 1.$

Δ4.

$(OA) = \sqrt{(x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2}$

$(OA) = \sqrt{(x-0)^2 + (1-0)^2}$

$(OA) = \sqrt{x^2 + 1}$

Οπότε η απόσταση των σημείων δίνεται από τον τύπο $g(x) = \sqrt{x^2+1}$, $x > 0$

Δ4 συνέχεια

$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} \cdot (x^2+1)'$, $x>0$

$g'(x) = \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x^2+1}} \cdot \cancel{2}x$

$g'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

$g'(1) = \frac{1}{\sqrt{1^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$